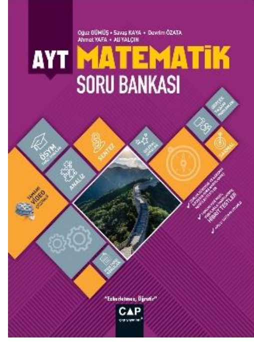
AYT KAMPI TRİGONOMETRİ DERS 6
17 NİSAN 2020 Saat : 15.00

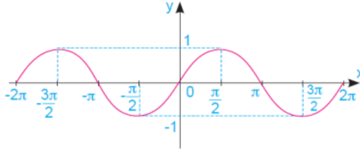




Ters Trigonometrik Fonksiyonlar

1. Sinüs Fonksiyonunun Tersi

Bir fonksiyonun ters fonksiyonunun olması için bu fonksiyonun bire bir ve örten olması gerekir.



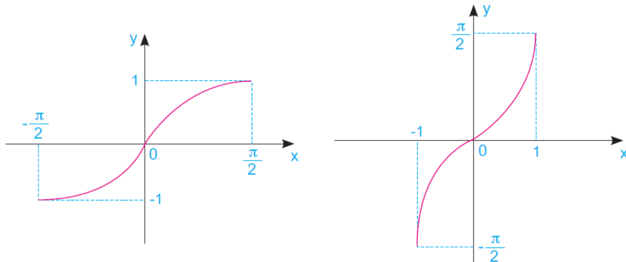
$f(x) = \sin x$ fonksiyonunun $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ aralığında bire bir ve örten olduğu görülmektedir.

$\sin: \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \to [-1, 1]$

$f(x) = \sin x$

$\arcsin: [-1, 1] \to \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

$f(x) = \arcsin x$



$f^{-1}(x) = \arcsin x$ ya da $f^{-1}(x) = \sin^{-1}x$

■ $y = \arcsin x \Leftrightarrow x = \sin y$

Yani, bir gerçek sayının arcsin değerini (sayının karşılık geldiği açı) bulmak için "Hangi açının sinüs değeri bu sayıya eşittir?" şeklinde düşünülür.

Örneğin; $\arcsin\frac{1}{2}$'yi bulmak için "Hangi açının sinüsü $\frac{1}{2}$'dir?" sorusunun cevabı aranır.

$\arcsin\frac{1}{2} = x \Rightarrow \sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}$ bulunur.

Soru 1

Aşağıda verilen ters trigonometrik fonksiyonların değerlerini bulunuz.

a) $\arcsin\frac{\sqrt{3}}{2}$

b) $\arcsin\frac{\sqrt{2}}{2}$

c) $\arcsin 1$

d) $\arcsin 0$

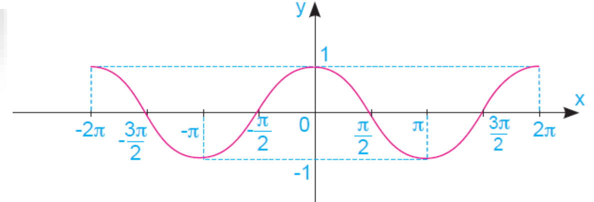
e) $\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)$

f) $\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

g) $\arcsin(-1)$

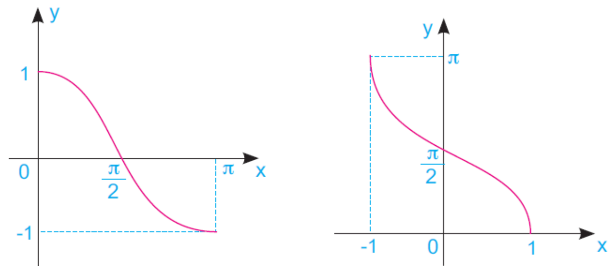
h) $\sin\left(\arcsin\frac{5}{9}\right)$

i) $\arcsin\left(\sin\left(\frac{3x + 40°}{4}\right)\right)$



$f(x) = \cos x$ fonksiyonu $[0, \pi]$ aralığında bire bir ve örtendir.

$f^{-1}(x) = \arccos x$ fonksiyonunu bu aralıkta tanımlayabiliriz.



$\cos: [0,\pi] \to [-1, 1]$

$f(x) = \cos x$

$\arccos: [-1, 1] \to [0, \pi]$

$f^{-1}(x) = \arccos x$

■ $y = \arccos x \Leftrightarrow x = \cos y$

Yani; bir gerçek sayının arccos değerini (sayının karşılık geldiği açı) bulmak için "Hangi açının kosinüsü bu sayıya eşittir?" şeklinde düşünülür.

Örneğin; $\arccos\frac{1}{2}$'yi bulmak için “Hangi açının kosinüsü $\frac{1}{2}$'dir?” sorusu sorulur.

$\arccos\frac{1}{2} = x$ olsun. $\Rightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{3}$ olur.

■ $\arccos(-x) = \pi - \arccos x$'tir.

Negatif sayıların arccos değeri bulunurken pozitif sayının arccos'u bulunarak π'den çıkarılır.

Örneğin; $\arccos\left(-\frac{1}{2}\right)$ için

$\arccos\left(-\frac{1}{2}\right) = \pi - \arccos\frac{1}{2} = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$ olur.

$\cos(\arccos x) = x$

$\arccos(\cos x) = x$

Soru 2

Aşağıda verilen ters trigonometrik fonksiyonların değerlerini hesaplayınız?

a) $\arccos\frac{1}{2}$

b) $\arccos\frac{\sqrt{3}}{2}$

c) $\arccos\frac{\sqrt{2}}{2}$

d) $\arccos\left(-\frac{1}{2}\right)$

e) $\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

f) $\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

g) $\arccos 1$

h) $\arccos 0$

i) $\arccos(-1)$

j) $\cos\left(\arccos\frac{7}{15}\right)$

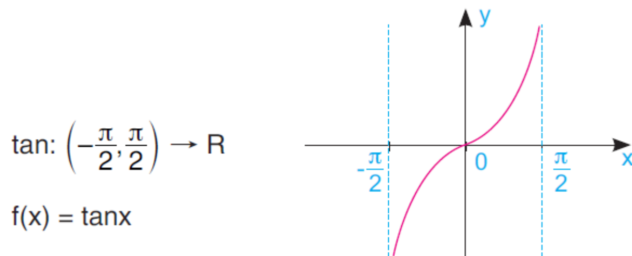
k) $\arccos\left(\cos\frac{\pi - x}{4}\right)$

$f(x) = \tan x$ fonksiyonunun bire bir ve örten olduğu aralıklardan biri $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$'dir.

Ters fonksiyon olan $f^{-1}(x) = \arctan x$ fonksiyonu bu aralıkta tanımlanır.

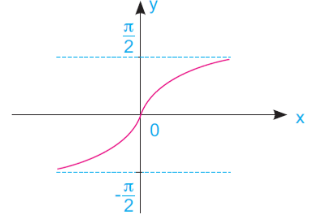
$\tan: \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \to R$

$f(x) = \tan x$



$\arctan: R - \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$

$f^{-1}(x) = \arctan x$



■ $y = \arctan x \Leftrightarrow x = \tan y$

Yani, bir gerçek, sayının arctan değerini (karşılık geldiği açıyı) bulmak için "Hangi açının tanjantı bu sayıdır?" sorusunun cevabı aranır.

Örneğin; $\arctan\sqrt{3}$'ü bulmak için "Hangi açının tanjantı $\sqrt{3}$'tür?" sorusu düşünülür.

$\arctan\sqrt{3} = x$ olsun. $\Rightarrow \tan x = \sqrt{3} \Rightarrow x = \frac{\pi}{3}$'tür.

■ $\arctan(-x) = -\arctan x$'tir.

arctan fonksiyonu da arcsin fonksiyonu gibi eksiyi "kusar."

Soru 3

Aşağıda verilen trigonometrik ifadelerin değerlerini bulunuz.

a) $\arctan\frac{1}{\sqrt{3}}$

b) $\arctan 1$

c) $\arctan\sqrt{3}$

d) $\arctan 0$

e) $\arctan\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

f) $\arctan(-1)$

g) $\arctan(-\sqrt{3})$

h) $\arctan\left(\tan\frac{7\pi}{15}\right)$

i) $\tan\left(\arctan\frac{5m-3}{8}\right)$

Soru 4

$f(x) = 2\cos x - 1$ ve $g(x) = \arcsin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$

fonksiyonlarına göre, $(f \circ g^{-1})^{-1}(0)$ değeri kaçtır?

A) $-\frac{\pi}{6}$ B) $-\frac{\pi}{3}$ C) 0 D) $\frac{\pi}{3}$ E) $\frac{\pi}{6}$

Soru 5

$\tan\left(\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \arccos\left(-\frac{1}{2}\right)\right)$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ B) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\sqrt{3}$

Soru 6

arctan(cotx)

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{x}{2}$ B) x C) $\frac{\pi}{2} - x$

D) $x - \frac{\pi}{2}$ E) $\pi - 2$

Soru 7

$f(\theta) = \arcsin\left(\frac{2\theta - 1}{3}\right)$

fonksiyonunun tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) [–1, 2] B) (–1, 2) C) (–1, 1)

D) (–2, –1) E) (–1, 2]

Soru 8

$\tan\left(\arcsin\frac{1}{10}\right)$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{3\sqrt{11}}$ B) $\frac{3}{\sqrt{11}}$ C) $\sqrt{11}$

D) $2\sqrt{11}$ E) $3\sqrt{11}$

Soru 9

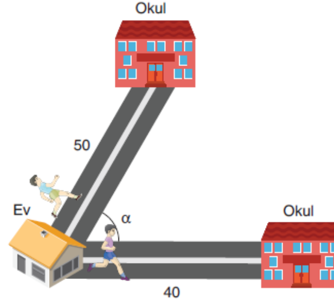
cos(arctanx)

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ B) $\frac{1}{x}$ C) x

D) $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ E) $x + \sqrt{1+x^2}$

Soru 10



Kemal ve Mehmet uzaklıkları sırasıyla 50 br ve 40 br olan okullarına gitmektedirler.

İki okulun arasındaki uzaklık $10\sqrt{17}$ br olduğuna göre, iki okulun arasındaki açının ölçüsü aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\arccos\frac{4}{5}$ B) $\arcsin\frac{3}{4}$ C) $\arctan\frac{3}{5}$

D) $\arccos\frac{3}{5}$ E) $\arctan\frac{4}{3}$

Soru 11

f(x) = 2arcsin2x + 4 veriliyor.

Buna göre, $f^{-1}(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sin\left(\frac{x-4}{2}\right)$ B) $\frac{1}{2}\sin\frac{x}{2}$

C) $\frac{1}{2}\sin\left(\frac{x-4}{2}\right)$ D) $\frac{1}{2}\sin\left(\frac{x+4}{2}\right)$

E) $\sin\left(\frac{x+4}{2}\right)$

Soru 12

$f(x) = \arcsin\left(\frac{x}{3} + 2\right)$

fonksiyonunun ters fonksiyonu olan $f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2sin(x) – 6 B) 2sin(x) + 3

C) 3sin(x) – 6 D) sin(2x – 6)

E) sin(2x) – 3

2011 / LYS

Sinüs ve Kosinüs Toplam – Fark Formülleri

$\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \sin y \cdot \cos x$

$\sin(x - y) = \sin x \cdot \cos y - \sin y \cdot \cos x$

$\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y$

$\cos(x - y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y$

Tanjant ve Kotanjant Toplam – Fark Formülleri

$$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \cdot \tan y}$$

$$\tan(x-y) = \frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \cdot \tan y}$$

$$\cot(x+y) = \frac{\cot x \cdot \cot y - 1}{\cot x + \cot y}$$

$$\cot(x-y) = \frac{\cot x \cdot \cot y + 1}{\cot y - \cot x}$$

Soru 1

$\cos\frac{7\pi}{12}$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ B) $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$

C) $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{4}$

E) $\frac{1-\sqrt{3}}{4}$

Soru 2

$$\frac{\cos 65° \cdot \cos 10° + \sin 65° \cdot \sin 10°}{\sin 47° \cdot \cos 12° - \cos 47° \cdot \sin 12°}$$

ifadesinin sadeleşmiş şekli aşağıdakilerden hangisidir?

A) –1 B) 1 C) sin35°

D) tan35° E) cot35°

Soru 3

$\sin(\alpha - \beta) \cdot \cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta) \cdot \sin(\alpha + \beta)$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\sin 2\alpha$ B) $-\sin 2\beta$ C) $-\cos 2\alpha$

D) $\sin 2\alpha$ E) $\sin 2\beta$

Soru 4

$$\frac{\tan 43° + \cot 88°}{1 - \cot 88° \cdot \tan 43°}$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) –1 B) 0 C) 1

D) tan43° E) tan88°

Soru 5

$x, y \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ olmak üzere,

$\sin x = \frac{4}{5}$ ve $\cos y = \frac{12}{13}$

olduğuna göre, sin(x + y) kaçtır?

A) $\frac{64}{65}$ B) $\frac{63}{65}$ C) $\frac{62}{65}$

D) $\frac{61}{65}$ E) $\frac{12}{13}$

Soru 6

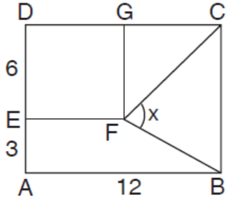
$\alpha - \beta = 60°$ olduğuna göre,

$(\cos\alpha - \cos\beta)^2 + (\sin\alpha - \sin\beta)^2$

ifadesinin eşiti kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{3}{4}$ D) 1 E) $\frac{3}{2}$

Soru 7



ABCD dikdörtgen

DEFG kare

$|DE| = 6$ birim

$|AE| = 3$ birim

$|AB| = 12$ birim

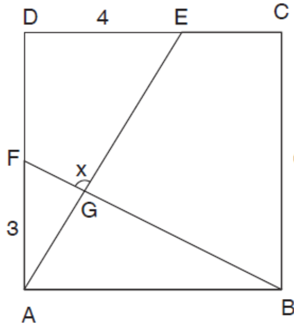
$m(\widehat{BFC}) = x$

Buna göre, cot(x) kaçtır?

A) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ B) $\frac{1}{3}$ C) 1 D) $\sqrt{3}$ E) 2

2017 LYS

Soru 8



ABCD bir kare

$AE \cap BF = \{G\}$

$|BC| = 6$ birim

$|DE| = 4$ birim

$|AF| = 3$ birim

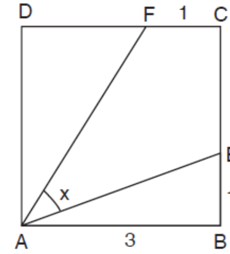
$m(\widehat{FGE}) = x$

Yukarıdaki verilere göre, cot(x) değeri kaçtır?

A) $\frac{-1}{4}$ B) $\frac{-5}{4}$ C) $\frac{-3}{8}$ D) $\frac{-1}{8}$ E) $\frac{-5}{8}$

2016 / LYS

Soru 9



ABCD bir kare

$|AB| = 3$ birim

$|BE| = |CF| = 1$ birim

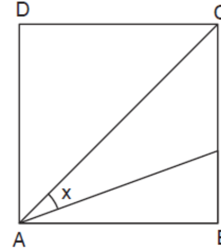
$m(\widehat{FAE}) = x$

Yukarıdaki verilere göre, cotx değeri kaçtır?

A) $\frac{6}{5}$ B) $\frac{8}{5}$ C) $\frac{7}{6}$ D) $\frac{9}{7}$ E) $\frac{11}{8}$

2014 / LYS

Soru 10



ABCD bir kare

$|BE| = 5$ cm

$|EC| = 7$ cm

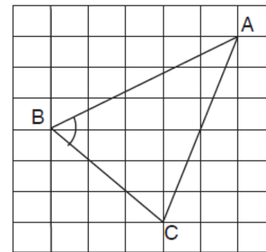
$m(\widehat{EAC}) = x$

Yukarıdaki verilere göre, tanx kaçtır?

A) $\frac{4}{13}$ B) $\frac{6}{13}$ C) $\frac{9}{13}$ D) $\frac{5}{17}$ E) $\frac{7}{17}$

2012 / LYS

Soru 11



Birim kareler üzerinde çizilmiş yukarıdaki ABC üçgeninin B açısının tanjantı kaçtır?

A) $\frac{25}{4}$ B) $\frac{34}{5}$ C) $\frac{40}{9}$ D) 4 E) 5

2011 / LYS

Soru 12

cos40° + $\sqrt{3}$. sin40°

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) cos40° B) sin40° C) cos10° D) 2cos20° E) 2sin20°

Soru 13

$\tan\left(\arcsin\frac{3}{5} - \arccos\frac{5}{13}\right)$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{33}{56}$ B) $\frac{-52}{63}$ C) $\frac{-48}{55}$ D) $\frac{11}{34}$ E) $\frac{35}{56}$

Soru 14

$\tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = 5$

olduğuna göre, cosx ifadesinin değeri kaç olabilir?

A) $\frac{-3}{\sqrt{13}}$ B) $\frac{-4}{\sqrt{10}}$ C) $\frac{-5}{\sqrt{15}}$ D) $\frac{3}{\sqrt{10}}$ E) $\frac{2}{\sqrt{5}}$

Soru 15

arctan2 + arctan3

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) $\frac{3\pi}{4}$ E) $\frac{2\pi}{3}$

Soru 16

ABC üçgeninde, $\tan\widehat{A} = 3$ ve $\cot\widehat{B} = \frac{1}{2}$ dir.

Buna göre, sinC değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 B) $\frac{2\sqrt{2}}{5}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\sqrt{3}$

Soru 17

$3x - 2y + 4 = 0$

$2x + 5y + 1 = 0$

Yukarıdaki doğrular arasında kalan açılardan birinin tanjantı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{19}{4}$ B) $-\frac{15}{4}$ C) $-\frac{9}{4}$ D) $-\frac{5}{3}$ E) $\frac{13}{4}$

Soru 18

$\tan\alpha = \frac{1}{2}$, $\tan\beta = \frac{1}{3}$

olduğuna göre, $\alpha + \beta$ toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 30° B) 45° C) 60° D) 75° E) 90°